

Guide de survie rédactionnelle à l'usage des participants au TFJM²

Axel Rogue

Après avoir officié 3 ans en tant que jury pour les sélections régionales rennaises du TFJM² et donc après avoir vu passer bon nombre de solutions de différentes équipes, je me suis aperçu que beaucoup d'équipes ont du mal à bien rédiger leurs solutions. Et c'est bien normal, parce que c'est un exercice difficile, et qu'on ne peut pas s'attendre à ce que des lycéens aient l'expérience d'élèves aguerris en la matière. Tout de même, c'est dommage, car on sent parfois que les participants n'ont pas réussi à mettre en valeur le gros travail qu'ils ont effectué, ce qui est assez frustrant, pour eux comme pour le jury. Voici donc une sélection de conseils pour aider les participants au TFJM² à écrire des solutions dignes de véritables articles de mathématiques.

1 Présentation

Je commence avec le point "facultatif" de ce document, la mise en page. La plupart (si ce n'est pas tous) des mathématiciens qui doivent rédiger quelque chose, que ce soit une feuille d'exercice ou un livre, utilisent pour cela un petit bijoux dénommé L^AT_EX (ça se prononce "latek"). C'est un système informatique de composition de documents inventé par une des légendes vivantes de l'algorithmique, Donald Knuth, à la fin des années 70. Il en avait marre que les revues scientifiques massacrent la typographie de ses beaux articles, alors il a créé un nouveau système de rédaction, qui permet d'écrire facilement des mathématiques. Par exemple, c'est ce langage qui est utilisé pour écrire le présent document ou encore les problèmes du TFJM². Un exemple simple (au point de vue typographique, moins simple du point de vue mathématique) de ce que l'on peut faire :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

L'inconvénient, c'est que taper en L^AT_EX nécessite un certain investissement. En effet, il s'agit d'un nouveau langage à maîtriser, et cela demande du temps. A titre d'exemple, la ligne ci-dessus s'écrit

```
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$
```

Malgré tout, il vaut nettement la peine d'apprendre à taper en L^AT_EX, notamment parce que les alternatives existantes, à savoir les modes équations de certains traitements de texte, ne sont pas très faciles à manier ni pratiques, et donnent un rendu moins joli et moins personnalisable que L^AT_EX.

Je ne vais pas détailler ici comment manier L^AT_EX, mais vous trouverez sur ma page perso un template spécialement conçu pour être facilement utilisable par les candidats du TFJM².

En bonus, L^AT_EX dispose d'un mode appelé "beamer" et qui sert à créer des diaporamas (à la façon des PowerPoint©). C'est l'outil parfait pour servir de support aux courtes présentations orales du TFJM².

2 Preuves, exemples et conjectures

Un des points les plus importants quand vous rédigez est de bien faire la distinction entre ce que vous avez prouvé ou pas. En effet, si vous affirmez quelque chose (une formule, une équivalence ou quoi que ce soit), il n'y a que deux possibilités : Soit vous avez une preuve irréfutable, soit vous indiquez clairement que vous pensez que c'est vrai mais que vous n'avez pas réussi à le prouver. Cela n'est pas un signe de faiblesse. Au contraire. Un résultat sans preuve ni commentaire est toujours mal vu par le jury, qui a l'impression que le texte ignore la rigueur logique.

En revanche, si vous émettez une conjecture en l'indiquant clairement, et que vous l'accompagnez des idées et des exemples qui vous ont conduit à la formuler, cela est clairement valorisé.

Soyez donc le plus précis possible dans votre écriture. Une question demande de montrer qu'une certaine suite a_n vaut $2^{n!}$ mais vous avez seulement réussi à montrer que $a_n \leq 2^{n!}$? Eh bien écrivez-le, et dites quelle piste vous avez suivie qui n'a pas abouti pour montrer l'égalité.

A propos des exemples... Mettez-en plein dans vos solutions écrites (et vos présentations) !! Il m'est arrivé plusieurs fois de tomber sur des équipes qui étudié des dizaines (et même des centaines) d'exemples sans en parler dans leur compte-rendu. On a alors l'impression en lisant leur solution qu'ils n'ont pas beaucoup cherché alors qu'en les voyant à l'oral, on comprend tout de suite qu'ils ont une très bonne intuition du problème parce qu'ils ont passé du temps dessus. Mais c'est trop tard. L'oral et l'écrit sont deux notes séparées et une très bonne impression à l'oral ne peut pas tout rattraper. De plus, les questions n'ont parfois pas encore de réponse connue et le mieux que l'on puisse faire est justement de comprendre quelques exemples.

Évidemment, la meilleure situation se produit lorsque vous arrivez à démontrer quelque chose. Dans ce cas, il est conseillé de faire relire votre preuve par quelqu'un, car il arrive même aux chercheurs les plus renommés d'oublier un détail qui fait capoter une démonstration. Et quand vous êtes sûrs de votre démonstration, mettez la bien en forme : Donnez précisément le résultat que vous montrez, en mettant un intitulé parmi Proposition, Propriété, Théorème, Lemme, Corollaire, etc... et indiquez "Preuve :" au début du raisonnement. N'oubliez pas de conclure par un CQFD un petit carré $\square$, ou tout simplement une phrase de conclusion du genre "Nous avons bien montré qu'il n'y a que 5 solides de Platon". Ça ne coûte pas grand chose et ça rend vos maths tellement plus agréables et faciles à lire.

3 Le jury n'est pas dans votre tête

Derrière ce titre un peu agressif se trouve un fait : Vous avez souvent passé des semaines et même des mois à réfléchir à un problème. Donc vous le connaissez sur le bout des doigts. Mais ce n'est pas forcément le cas de tous les autres participants ou même du jury. Bien sur, le jury est composé de gens ayant plus d'expérience et de connaissances mathématiques, mais ils n'ont pas pour autant la science infuse et ont besoin d'explications pour comprendre. N'oubliez pas : VOUS êtes le spécialiste. Le juré moyen a normalement passé quelques heures sur votre problème, mais certainement moins que vous !

Souvent, vous utilisez des notations personnelles pour le problème ou vous introduisez des concepts intermédiaires qui vont vous aider dans la résolution. Dans ce cas, n'hésitez pas à prendre quelques lignes pour définir proprement et expliquer tout ce que vous introduisez de nouveau.

Dans la même veine, expliquez vos idées en détail. J'insiste. Un argument qui vous paraît évident après 2 mois de recherche ne l'est peut-être pas tant que ça. Le meilleur exercice pour savoir si vos explications sont claires et suffisantes est d'essayer de raconter votre solution à quelqu'un qui n'a jamais vu le problème. Si il comprend, alors vous avez parfaitement réussi votre mission. Sinon, peut-être que certains points méritent d'être éclaircis... Au-delà des arguments, cela vaut aussi pour les calculs. Dites toujours ce vous êtes en train de faire avant de vous lancer dans un calcul. Ainsi, le lecteur sait où l'on va et ce que l'on essaie d'obtenir, ce qui rend la lecture bien plus facile.

Enfin, même le si le célèbre adage "un dessin n'est pas une preuve" est souvent vrai, "un bon dessin vaut mieux qu'un long discours" l'est aussi. Une idée parfois compliquée à décrire se révèle très claire après quelques coups de crayon.

4 Exemples, le retour. Algorithmique

Lorsque vous attaquez un problème inconnu dont la solution ne saute pas aux yeux, il est toujours une bonne idée de commencer par étudier les cas les plus simples. C'est ce que vous faites la plupart du temps. Dans ce cas, dites-le. Donnez également les résultats de vos tests détaillés. Vous avez testé une propriété sur tous les arbres binaires jusqu'à 50 sommets ? Alors indiquez-le, ne vous contentez pas d'un "nos tests nous laissent penser que" un peu trop vague. Bien sur, si vos tests prennent 50 pages, ce n'est pas la peine de tout marquer, un tableau condensé des résultats sera beaucoup plus parlant, à vous de trouver le juste milieu.

Parfois, une feuille et un stylo suffisent à faire des tests intéressants, mais il peut être judicieux d'utiliser un algorithme qui va faire le travail à votre place et vous permettre de tester une grande

quantité d'exemples ou bien de faire des calculs beaucoup trop longs à effectuer manuellement. Dans ce cas, mettez votre code dans la solution ! Le jury apprécie toujours de voir un morceau de code. En général, le plus efficace est d'expliquer le principe de l'algo et de mettre le code détaillé en annexe en fin de document pour ne pas interrompre le fil de la lecture par des lignes (ou des pages) de code.

5 En résumé

1. Utilisez $\text{\LaTeX}$ (et son mode beamer) si possible.
2. Faites des preuves précises (et surtout, indiquez lorsque vous faites une preuve).
3. Un exemple qui marche n'est pas une preuve du cas général.
4. Indiquez clairement ce qui est prouvé et ce qui est conjecturé.
5. Expliquez ce que vous faites quand vous déroulez un calcul un peu long.
6. Testez sur des cas simples, et mettez ces exemples dans votre solution écrite.
7. Expliquez votre méthode pour tester les exemples
8. Expliquez vos idées ! (Parfois, rien ne vaut un bon dessin).
9. Programmer, c'est souvent fort. Et mettez votre code dans la solution.
10. Faites relire par quelqu'un pour éliminer les fautes d'orthographe.

6 Le mot de la fin

Et surtout, n'oubliez pas le plus important de tous les conseils distillés ici : Profitez de chercher des maths intéressantes et faites tourner les cerveaux !!

Longue vie au $\text{\text{TFFJM}}^2$ et merci à tous ceux qui, de près ou de loin, permettent que ce tournoi continue d'exister tous les ans.

Les mathématiciens sont des philosophes extrémistes : Ils sont à la recherche de la vérité, mais n'acceptent que la démonstration comme chemin pour y parvenir.